PETIT FORMULAIRE DE LOIS DE PROBABILITES

gilles.hunault@univ−angers.fr

Lois Discrètes

Notation	Nom	Domaine	Valeur de $p("X = k")$	m	V
$b(p)$	Bernoulli	$\{0,1\}$	$p_1 = p = 1 - p_0$	p	$p.(1-p)$
$\mathcal{B}(n,p)$	Binomiale	$[\![0,n]\!]$	$C_n^k.p^k.(1-p)^{n-k}$	$n.p$	$n.p.(1-p)$
$\mathcal{G}(p)$	Géométrique	$\mathbb{N}$	$p.(1-p)^{k-1}$	$1/p$	$(1-p)/p^2$
$\mathcal{H}(m,t,n)$	Hypergéométrique	$[\![h_1,h_2]\!]$	$C_m^k C_{m-t}^{n-k}/C_m^n$	nt/m	$V_{\mathcal{H}}$
$\mathcal{P}(n,p)$	Pascal	$\mathbb{N}$	$C_{k-1}^{n-1}.p^n.(1-p)^{k-n}$	n/p	$n.(1-p)/p^2$
$\mathcal{P}(\lambda)$	Poisson	$\mathbb{N}$	$e^{-\lambda}.\lambda^k/k!$	λ	λ
$\mathcal{S}(n,m)$	Première-Sans	$[\![1,n-m+1]\!]$	$(m/k)C_{n-m}^{k-1}/C_n^k$	$(n+1)/(m+1)$	$V_{\mathcal{S}}$
$\mathcal{TD}(n)$	Triangulaire	$[\![-n,n]\!]$	$(n+1-\lvert k\rvert)/(n+1)^2$	0	$n(n+2)/6$
$\mathcal{UD}(n)$	Uniforme	$[\![1,n]\!]$	$1/n$	$(n+1)/2$	$(n^2-1)/12$
$\mathcal{Z}()$	Zipf-Benford	$[\![0,9]\!]$	$log(1+1/k)$	3.440	2.461

Remarques concernant les lois discrètes :

$$\begin{aligned}
b(p) &= \mathcal{B}(1,p) \\
\mathcal{G}(p) &= \mathcal{P}(1,p) \\
h_1 &= max(0, n-(m-t)) \\
h_2 &= min(n,t) \\
V_{\mathcal{H}} &= \frac{nt(m-n)}{m(m-1)}.\frac{(m-t)}{m} \\
V_{\mathcal{S}} &= \frac{m(n-m)(n+1)}{(m+2)(m+1)^2}
\end{aligned}$$

Tableau synoptique des lois de boules :

	loi de comptage	loi d'apparition (1ère fois)
avec remise	*Binomiale*	*Géométrique*
sans remise	*Hypergéométrique*	*Première-Sans*

Lois Continues

Notation	Nom	Domaine	Densité en x	m	V
$\mathcal{C}$	Cauchy	$\mathbb{R}$	$1/(\ \pi.(1+x^2)\ )$	/	/
$\mathcal{E}(\alpha)$	Exponentielle	$\mathbb{R}_+$	$\alpha.e^{-\alpha x}$	$1/\alpha$	$1/\alpha^2$
$\gamma(\alpha, k)$	Gamma-Erlang	$\mathbb{R}_+$	$\alpha^k.x^{k-1}.e^{-\alpha x}/\Gamma(k)$	k/α	k/α^2
$\mathcal{P}(a)$	Parabolique	$[-a, a]$	$3(a^2-x^2)/4a^3$	0	$a^2/5$
$\mathcal{T}(a, \alpha, h, \beta, b)$	Trapézoidale	$[a, b]$	$t_1(x)$		
$\mathcal{T}(a, b]$	Triangulaire	$[a, b]$	$t_2(x)$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/24$
$\mathcal{U}(a, b]$	Uniforme	$[a, b]$	$1/(b-a)$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
$\mathcal{W}(\alpha, \beta, \gamma)$	Weibull-Rayleigh	$[\gamma, +\infty[$	$\beta.u^{\beta-1}.e^{-u.\beta}/\alpha$	$\gamma+\alpha.\Gamma(1+1/\beta)$	w

$$
\begin{aligned}
u &= (x-\alpha)/\gamma \\
v &= (x-\mu)/\sigma \\
w &= \alpha^2.\left[\Gamma(1+2/\beta)-\Gamma(1+1/\beta)^2\right] \\
t_1(x) &= 4(x-a)/(b-a)^2 \text{ si } x \leq (a+b)/2 \text{ et } t_1(x) = 4(b-x)/(b-a)^2 \text{ si } x \geq (a+b)/2 \\
t_2 &= K_1.1_{[a,\alpha]} + h.1_{[\alpha,\beta]} + K_2.1_{[\beta,b]} \text{ avec } K_1 = h/(\alpha-a) \text{ et } K_2 = h/(\beta-b)
\end{aligned}
$$

Loi Normale et Lois associées

Notation	Nom	Domaine	Densité en x	m	V
$\mathcal{N}(\mu, \sigma)$	Normale	$\mathbb{R}$	$e^{-v^2/2}/\sigma\sqrt{2\pi}$	μ	σ^2
$\mathtt{LN}(\mu, \sigma)$	Log-Normale	$\mathbb{R}_+$	$\mathtt{LN} = e^{\mathtt{U}}$	$e^{\mu+\sigma^2/2}$	y
$\chi^2(\nu)$	Khi-Deux	$\mathbb{R}_+$	$\sum_{i=1}^{\nu} U_i^2$	ν	2ν
$\mathtt{T}(\nu)$	Student	$\mathbb{R}_+$	$U/\sqrt{\chi^2(\nu)/\nu}$	0	$\nu.(\nu-2)$
$\mathtt{F}(\nu_1, \nu_2)$	Fisher-Snédécor	$\mathbb{R}_+$	$\nu_2.\chi^2(\nu_1)/\nu_1.\chi^2(\nu_2)$	$\nu_2.(\nu_2-2)$	f

Valeurs particulières :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{v} &= (x-\mu)/\sigma \\
\mathrm{U} &= \mathcal{N}(0,1) \\
\mathrm{y} &= e^{2\mu+\sigma^2}.(e^{\sigma^2}-1) \\
U_i &= \mathcal{N}(0,1) \\
f &= 2\nu_2^2.(\nu_1+\nu_2-2)/\nu_1(\nu_2-2)^2(\nu_2-4)
\end{aligned}
$$