Enseignements Dirigés de BIOMATHEMATIQUES - PROBABILITES - BIOSTATISTIQUE

1ère année de Pharmacie 2008/2009

Corrections de l'ED9 : Comparaison de moyennes (I)

Jean-Benoit Hardouin - Bureau 224 - jean-benoit.hardouin@univ-nantes.fr

I.

1. $\sum x_i = 1796\ ans$, $\sum x_i^2 = 114816\ ans^2$, $n = 30$

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1796}{30} \approx 59,9\ ans$$

$$s^2 = \frac{1}{30-1}\left(144816 - \frac{1796^2}{30}\right) \approx 251,57\ ans^2$$

$$s = \sqrt{s^2} \approx 15,9\ ans$$

$$Me = \frac{15^e + 16^e}{2} = \frac{61+63}{2} = 62\ ans$$

$$Mo = 49\ ans\ (3\times)$$

$$Etendue = 81 - 20 = 61 ans$$

II. 1.

$$\overline{x} = \frac{4000}{100} = 40mg/L$$

$$s^2 = \frac{1}{100-1}[166336 - \frac{4000^2}{100}] = 64(mg/L)^2$$

$$s = 8mg/L$$

2.

$$V(\overline{X}) = \frac{s^2}{n} = \frac{64}{100} = 0.64(mg/L)^2$$

$$\sigma(\overline{X}) = \sqrt{0.64} = 0.8mg/L$$

3. $n > 30$: table loi normale

$$IC_{95\%} = 40 \pm 2 * 0.8 = [38.4; 41.6]$$

$$IC_{99\%} = 40 \pm 2.6 * .8 = [37.92; 42.08]$$

4.

$$\sqrt{\frac{s^2}{n}} = 0.2$$

Donc

$$n = \frac{s^2}{0.2^2} = \frac{64}{0.04} = 1600$$

III.

1.
$$\overline{x} = \frac{273}{150} = 1.82g/L$$

$$s^2 = \frac{1}{150-1}[512.12 - \frac{273^2}{150}] \approx 0.1024(g/L)^2$$

$$s \approx 0.32g/L$$

2. $H_0 : \mu = \mu_0 = 2g/L$ et $H_1 : \mu \neq 2g/L$

$n > 30$ donc sous H_0, la statistique
$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N_{0,1}$$
Calcul de t_{exp} :
$$t_{exp} = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{1.82 - 2}{0.32/\sqrt{150}} \approx -6.89$$
Test bilatéral
$$t_{table,\alpha=0.025} = 1.96 \approx 2$$

$$t_{exp} \notin [-t_{table,\alpha=0.025}; t_{table,\alpha=0.025}] = [-1.96; 1.96]$$
donc on rejette H_0 au risque 5%.

IV.

$$\overline{x}_1 = \frac{15}{50} = 0.3g/L$$

$$s_1^2 = \frac{1}{50-1}[4.6225 - \frac{15^2}{50}] = 0,0025(g/L)^2$$

$$s_1 = 0.05g/L$$

$$\sigma_1(\overline{X}) = \frac{s_1}{\sqrt{50}} \approx 0.0071g/L$$

$$\overline{x}_2 = \frac{16}{50} = 0.32g/L$$

$$s_2^2 = \frac{1}{50-1}[5.1249 - \frac{16^2}{50}] = 0,0001(g/L)^2$$

$$s_2 = 0.01g/L$$

$$\sigma_2(\overline{X}) = \frac{s_2}{\sqrt{50}} \approx 0.0014g/L$$

2. Test bilatéral (pas d'information plus précise) :
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$n_1 > 30$ et $n_2 > 30$ donc la statistique

$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N_{0,1}$$

Calcul de t_{exp} :

$$t_{exp} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{0.3 - 0.32}{\sqrt{\frac{0.0025}{50} + \frac{0.0001}{50}}} \approx -2.77$$

Test bilatéral

$$t_{table,\alpha=0.025} = 1.96 \approx 2$$

$$t_{exp} \notin [-t_{table,\alpha=0.025}; t_{table,\alpha=0.025}] = [-1.96; 1.96]$$

donc on rejette H_0 au risque 5%. La différence entre les taux sanguins moyens entre les deux souches de souris est significative au risque 5%.

3. Test bilatéral donc

$$p_c = 2[1-F(|t_{exp}|)] = 2[1-F(2.77)] = 2[1-.9972] = 0.0056 < 5\%$$

V.

$$\overline{x}_1 = \frac{250}{100} = 2.5g/L$$

$$s_1^2 = \frac{1}{100-1}[1025 - \frac{250^2}{100}] \approx 4.04g/L$$

$$\overline{x}_2 = \frac{400}{100} = 4.0g/L$$

$$s_2^2 = \frac{1}{100-1}[2140 - \frac{400^2}{100}] \approx 5.45g/L$$

Test unilatéral (on suppose que les traités ont forcément un choléstérol au moins aussi faible en moyenne que les non traités)

$H_0 : \mu_2 = \mu_1$ et $H_1 : \mu_2 > \mu_1$

Sous H_0, la statistique T

$$T = \frac{\overline{X}_2 - \overline{X}_1}{\sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2} + \frac{\sigma_1^2}{n_1}}} \sim N_{0,1}$$

car ($n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$).

Calcul de t_{exp} :

$$t_{exp} = \frac{\overline{x}_2 - \overline{x}_1}{\sqrt{\frac{s_2^2}{n_2} + \frac{s_1^2}{n_1}}} = \frac{4.0 - 2.5}{\sqrt{\frac{5.45}{100} + \frac{4.04}{100}}} \approx 4.87$$

Test unilatéral

$$t_{table,\alpha=0.05} \approx 1.645$$

$$|t_{exp}| > t_{table,\alpha=0.05}$$

donc on rejette H_0 au risque 5% et on conclut que le traitement est efficace.