

Mathématiques pré CRPE

1. Calculer

Soit D l'expression $(2x + 3) \times (4x + 5)$.

Donner l'expression développée réduite équivalente à D .

Calculer D pour $x = 0$, puis pour $x = 1$ et enfin pour $x = \frac{1}{5}$.

Pour les calculs, on pourra utiliser au choix l'expression originale de D ou son expression développée réduite.

2. Résoudre

Résoudre l'équation $(D_1) : (2x + 3) \times (4x + 5) = 8x^2 + 1$.

Résoudre l'équation $(D_2) : (2x + 3) \times (4x + 5) = 22x - 5$.

3. Des phrases aux formules

Donner l'expression mathématique E_1 correspondant à l'énoncé « *le carré de la différence entre a et b* ».

Donner l'expression mathématique E_2 correspondant à l'énoncé « *la différence des carrés de a et b* ».

On considère maintenant l'énoncé $E_1 < E_2$.

Est-ce que cet énoncé est vrai ou faux ? Vous n'oublierez pas de détailler et de justifier votre réponse.

4. Calculer

Un automobiliste effectue un premier parcours de 45 minutes sur autoroute à la vitesse de 130 km/h . Quelle est, en km , la distance parcourue pour ce premier parcours ?

Il effectue ensuite un second parcours de 20 minutes sur route à la vitesse de 70 km/h . Quelle est, en km , la distance parcourue dans ce second parcours ?

Quelle est la vitesse moyenne en km/h si on prend en compte les deux trajets ?

Il est conseillé de détailler vos calculs comme sur les pages Web du cours.

5. Convertir

Donner la notation en colonne *Excel* de 1492 selon la méthode vue en cours.

Est-ce que cela vous aide de savoir que la notation en colonne *Excel* de 1400 est BAV et que celle de 1500 est BER ?

6. Discussion

Vous essaieriez de construire une réponse structurée et bien rédigée à la question suivante, si possible à l'aide d'exemples concrets.

Est-ce que le vocabulaire mathématique des fractions (numérateur, dénominateur...) est intrinsèquement incompréhensible pour les jeunes apprenants ?

Il est conseillé d'utiliser au moins trois mots de trois syllabes ou plus pour « transmettre un contenu rédactionnel fort ».

Une dizaine de lignes paraît être une rédaction minimale avec au moins deux exemples.

ESQUISSE DE SOLUTION

1. Calculer

$$\begin{aligned} D &= (2x + 3) \times (4x + 5) \\ &= (2x \times 4x) + (2x \times 5) + (3 \times 4x) + (3 \times 5) \\ &= 8x^2 + 10x + 12x + 15 \\ &= 8x^2 + 22x + 15 \end{aligned}$$

Si $x = 0$, $D = 15$.

Pour $x = 1$, $D = 45$.

Pour $x = \frac{1}{5}$:

$$\begin{aligned} D &= 8 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 22 \times \frac{1}{5} + 15 \\ &= 8 \times \frac{1}{25} + \frac{22}{5} + \frac{15 \times 25}{25} = \frac{8}{25} + \frac{22 \times 5}{5 \times 5} + \frac{375}{25} \\ &= \frac{8 + 110 + 375}{25} \\ &= \frac{493}{25} \text{ (fraction non simplifiable) soit environ } 19,72. \end{aligned}$$

2. Résoudre

On commence par passer tous les termes de droite dans l'équation (D_1) à gauche du signe égal. On a alors $8x^2 + 22x + 15 - (8x^2 + 1) = 0$. Donc une fois développée, réduite, ordonnée et normalisée, l'équation (D_1) devient $22x + 14 = 0$ d'où $x = -\frac{14}{22}$ donc $x = -\frac{7}{11}$ soit environ $0,64$.

De la même façon, avec tous les termes de droite dans l'équation (D_2) à gauche du signe égal, il reste à résoudre $8x^2 + 20 = 0$. Comme un carré est toujours une quantité positive, cette équation n'a pas de solution.

3. Des phrases aux formules

Si a et b sont des nombres, $a - b$ est leur différence, $(a - b)^2$ est le carré de leur différence, c'est donc l'expression E_1 demandée. Le carré de a est a^2 et celui de b est b^2 . E_2 , la différences des carrés de a et b , est donc $a^2 - b^2$.

Pour $a = 1$ et $b = 2$, E_1 vaut 1 et E_2 vaut -3 . Ceci constitue un contre-exemple qui montre que l'énoncé $E_1 < E_2$ est faux.

4. Calculer

Le premier trajet de 45 minutes (soit $45/60=3/4$ d'heure) pour une vitesse de 130 km/h correspond à une distance d_1 de $130 \times \frac{3}{4} = \frac{195}{2}$ km soit exactement 97,5 km.

Le second trajet de 20 minutes (soit $20/60=1/3$ d'heure) pour une vitesse de 70 km/h correspond à une distance d_2 de $70 \times \frac{1}{3} = \frac{70}{3}$ km soit environ 23,33 km.

La distance totale est $d_1 + d_2 = \frac{145}{2} + \frac{70}{3} = \frac{(195 \times 3) + (70 \times 2)}{2 \times 3}$ soit $\frac{725}{6}$ km donc environ 120.83 km ;

La durée totale est $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{70}{3} = \frac{13}{12}$ d'heure (ou encore $45 + 20 = 65$ minutes).

On en déduit que la vitesse moyenne est $\frac{\frac{725}{6}}{\frac{65}{60}} = \frac{1450}{13}$ soit environ 111,54 km/h.

5. Convertir

La division euclidienne de 1492 par 26 est (F) : $1492 = 57 \times 26 + 10$. Comme $57 > 26$ on recommence à diviser par 26. On trouve $57 = 2 \times 26 + 5$. En reportant ceci dans (F), on a : $1492 = \mathbf{2} \times 26^2 + \mathbf{5} \times 26 + \mathbf{10}$.

L'écriture en colonne Excel de 1492 correspond, dans cet ordre, aux lettres numéros 2, 5 et 10, soit BEJ.

Comme $1492=1500-8$, c'est 8 lettres avant BER, ce qui redonne bien BEJ. Par contre 1400, soit BAV est trop éloigné de 1400 pour nous aider.

6. Résolution avec Maxima

```
D(x) := (2*x+3)*(4*x+5) ;
print( expand(D(x)) ) ;
print(D(0)) ;
print(D(1)) ;
print(D(1/5)) ;
print(D(1/5)*1.0) ;

solve(D(x)=8*x^2+1,x) ;
solve(D(x)=22*x-5,x) ;

d1 : ( 130*45/60 ) ;
print( d1 ) ;
print( d1 * 1.00 ) ;
d2 : ( 70*20/60 ) ;
print( d2 ) ;
print( d2*1.0 ) ;
print( 195/2 + 70/3 ) ;
print( d1 + d2 ) ;
print( d1 + d2 + 0.0 ) ;
print( 3/4 + 1/3 ) ;
print( (725/6) / (65/60) ) ;
print( 1.0* (725/6) / (65/60) ) ;
```