G. Hunault *La Rochelle, février 2019*

Mathématiques pré CRPE

1. Calculer

Soit A l'expression $(2x+3)(x-1)$.

Donner l'expression développée réduite équivalente à A.

Calculer A pour $x=1$, puis pour $x=2$ et enfin pour $x=\dfrac{1}{5}$.

Pour les calculs, on pourra utiliser au choix l'expression originale de A ou son expression développée réduite.

2. Résoudre

Résoudre l'équation $(E1)$: $(2x+3)(x-1)=2x^2+5$.

Résoudre l'équation $(E2)$: $(2x+3)(x-1)=x+4$.

Résoudre l'équation $(E3)$: $(2x+3)(x+1)=2x^2+5$.

Résoudre l'équation $(E4)$: $(2x+3)(x+1)=x+4$.

3. Traduire

Voici l'énoncé d'un exercice :

> *Jean et Marie jouent aux billes. Ils ont 8 billes en tout. Si Marie donne 2 billes à Jean, ils en ont tous les deux autant. Combien de billes ont-ils chacun ?*

Traduire en formules les affirmations numériques de l'énoncé puis donner la solution.

Selon vous, l'énoncé est-il compréhensible pour des enfants de CM1/CM2 ? Pourquoi ?

4. Convertir

Donner deux décompositions égyptiennes strictes de $q = \frac{2}{11}$ c'est-à dire donner des fractions unitaires **différentes** dont la somme est q.

5. Analyser

On a demandé à des enfants de réaliser des additions et des multiplications. Voici le tableau des calculs réalisés. A gauche du signe égal, ce qui était demandé. A droite du signe égal, ce qui a été calculé. Trouver où les enfants se sont trompés et pourquoi. Qu'aurait-on du faire ?

$$\begin{array}{rrcr}
(C1) : & 2+2 & = & 4 \\
(C2) : & 2\times 3 & = & 5 \\
(C3) : & 3+4 & = & 7 \\
(C4) : & 3+5 & = & 8 \\
(C5) : & 3+6 & = & 9 \\
(C6) : & 4\times 5 & = & 20 \\
(C7) : & 4\times 6 & = & 25
\end{array}$$

6. Discussion

Vous essaierez de construire une réponse structurée et bien rédigée à à la question suivante, si possible à l'aide d'exemples concrets.

> *Quel media est le plus adapté pour des exercices de mathématiques ludiques et interactifs si les apprenants concernés ont entre 5 et 8 ans : les téléphones portables, les tablettes ou les ordinateurs ?*

Il est conseillé d'utiliser au moins trois mots de trois syllabes ou plus pour « transmettre un contenu rédactionnel fort ».

Une dizaine de lignes parait être une rédaction minimale avec au moins deux exemples.

ESQUISSE DE SOLUTION

1. Calculer

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= (2x+3)(x-1) \\ &= 2x^2 - 2x + 3x - 3 \\ &= 2x^2 + x - 3 \end{aligned}$$

Si $x = 1$, $A = (2 \times 1 + 3)(1 - 1) = 5 \times 0 = 0$.

Pour $x = 2$, $A = (2 \times 2 + 3)(2 - 1) = (4 + 3) \times 1 = 7$.

Pour $x = \frac{1}{5}$, c'est un tout petit peu plus compliqué :

$$\begin{aligned} A &= \left(2 \times \frac{1}{5} + 3\right)\left(\frac{1}{5} - 1\right) \\ &= \left(\frac{2}{5} + \frac{3 \times 5}{1 \times 5}\right)\left(\frac{1}{5} - \frac{5}{5}\right) \\ &= \frac{17}{5}\left(\frac{-4}{5}\right) = -\frac{68}{25} \end{aligned}$$

2. Résoudre

On commence par passer tous les termes de l'équation $(E1)$ à gauche du signe égal. On a alors $(2x+3)(x-1) - (2x^2+5) = 2x^2 + x - 3 - 2x^2 - 5 = x - 8$. Donc une fois développée, réduite, ordonnée et normalisée, l'équation $(E1)$ devient $x - 8 = 0$. Sa solution est donc $x = 8$.

De la même façon, avec tous les termes de l'équation $(E2)$ à gauche du signe égal, il reste à résoudre $2x^2 - 7 = 0$ d'où $x^2 = \frac{7}{2}$, soit $x = \sqrt{\frac{7}{2}}$.

Donc une fois développée, réduite, ordonnée et normalisée, l'équation $(E3)$ devient $5x - 2 = 0$ d'où $x = 2/5$.

Donc une fois développée, réduite, ordonnée et normalisée, l'équation $(E4)$ devient $2x^2+4x-1 = 0$. Pour l'instant, nous n'avons pas encore vu comment résoudre une telle équation.

Avec les formules de résolution de l'équation du second degré, on trouverait deux solutions, $-1 + \sqrt{6}/2$ et $1 + \sqrt{6}/2$.

3. Traduire

Si on note m le nombre de billes de Marie et j le nombre de billes de Jean, les affirmations numériques de l'énoncé se traduisent par $(A1)$: $m + j = 8$ et $(A2)$: $m - 2 = j + 2$.

De $(A1)$ on déduit que $m = 8 - j$ et si on remplace m par cette expression dans $(A2)$ on obtient l'équation $(8 - j) - 2 - (j + 2) = 0$, soit encore $8 - j - 2 - j - 2 = 0$ d'où $4 - 2j = 0$ donc $j = 2$. On en déduit $m = 8 - 2 = 8 - 2 = 6$.

Vérifions : $m + j = 6 + 2 = 8$ et $m - 2 = 6 - 2 = 4 = 2 + 2 = j + 2$, c'est bon !

L'énoncé serait sans doute plus compréhensible pour des enfants de CM1/CM2 avec une autre expression que *tous les deux autant*.

4. Convertir

Pour trouver une première décomposition égyptienne stricte de $q = \dfrac{2}{11}$ on applique la méthode vue en cours, et décrite dans le wiki français.

$\dfrac{11}{2} = 5,5$ donc $\dfrac{2}{11}$ s'écrit *a priori* $\dfrac{1}{6} + r$.

Si on calcule r par $\dfrac{11}{2} - \dfrac{1}{6}$, on trouve $r = \dfrac{1}{66}$. C'est donc fini : $\dfrac{2}{11} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{66}$.

Pour trouver une seconde décomposition égyptienne stricte de $q = \dfrac{2}{11}$ il suffit d'écrire $\dfrac{2}{11}$ comme $\dfrac{1}{11} + \dfrac{1}{11}$ et de remplacer la seconde fraction avec la formule vue en cours pour $\dfrac{1}{a}$ avec ici $a = 11$.

On trouve alors

$$q = \frac{2}{11} = \frac{1}{11} + \frac{1}{11+1} + \frac{1}{11 \times (11+1)} = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{132}$$

5. Analyser

Les erreurs sont en $(C2)$ et en $(C7)$. En $(C2)$, une addition a sans doute été réalisée au lieu d'une multiplication. En $(C7)$, la table de multiplication de 4 (ou de 6) n'est pas sue. Il aurait sans doute été plus prudent de mettre toutes les additions ensemble au début.

6. Résolution avec Maxima

```
A(x) := (2*x+3)*(x-1)              ;
print(" A = " , expand( A(x) ) ) ;
print(" A(1) = " , A(1) )        ;
print(" A(2) = " , A(2) )        ;
print(" A(1/5) = " , A(1/5) )    ;

print(" solution de E1 : ", solve(A(x)=2*x^2 + 5  ) ) ;
print(" solution de E2 : ", solve(A(x)=x + 4  ) )     ;

solve([m+j=8,m-2=j+2],[m,j]) ;

f  : 2/11                    ;
d1 : round(1/f+0.5)          ;
r1 : f - 1/d1                ;
print(f," = ",1/d1,"+",r1 ) ;
a : 11 ;
print(f , " = " , 1/11 , " + " , 1/11 , " = " , 1/11 ,
      " + ", 1/(a+1) , " + " , 1/(a*(a+1)) ) ;
```

Affichage des résultats :

```
Maxima 5.37.2 http://maxima.sourceforge.net

(%i1) (%o1)       A(x) := (3 + 2 x) (x - 1)

                                2
(%o2)                        2 x  + x - 3

(%i3)  A(1) =  0

(%i4)  A(2) =  7

(%i5)        68
 A(1/5) =  - --
             25

(%i6)  solution de E1 :  [x = 8]
```

```
(%i7)                        sqrt(7)      sqrt(7)
 solution de E2 :  [x = - -------, x = -------]
                             sqrt(2)      sqrt(2)

(%i8) (%o8)        [[m = 6, j = 2]]

(%i9)                                         2
(%o9)                                        --
                                             11

(%i12) 2       1   1
      --   =  - + --
      11      6   66

(%i14)  2       1       1       1       1       1
       --   =  --   +  --   =  --   +  --   +  ---
       11      11      11      11      12      132
```